લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (બેઝિક)

Full Solution

સમય : 3 કલાક

અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 5

વિભાગ-A

1. (A) અનંત **2.** (B) $\sqrt{x^2+y^2}$ **3.** (A) $a_n = a + (n - 1)d$ **4.** (B) D $= b^2 - 4ac$ **5.** (B) $tan\theta$ **6.** (B) 2 **7.** 5 **8.** નીચેની તરફ ખુલ્લો પરવલય **9.** – 1.5% **10.** 1 **11.** એક **12.** 2.45 **13.** ખરું **14.** ખરું **15.** ખરું **16.** ખરું **17.** 14 **18.** 60° **19.** $\frac{1}{4}$ **20.** 40 **21.** (c) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ **22.** (a) $\pi r^2 h$ **23.** (b) $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$ **24.** (a) $\frac{\pi r\theta}{180}$

વિભાગ-B

25. ધારો કે, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $ax^2 + bx + c$ નાં શૂન્યો α અને β છે.

$\therefore \alpha + \beta = -3$ અને $\alpha\beta = 2$

$\therefore -\frac{b}{a} = \frac{-3}{1}$ અને $\frac{c}{a} = \frac{2}{1}$

$\therefore a = 1, b = 3, c = 2$

આથી, આપેલ શરતને અનુરૂપ એક દ્વિઘાત બહુપદી $x^2 + 3x + 2$ છે. શૂન્યેતર વાસ્તવિક સંખ્યા k માટે, $k(x^2 + 3x + 2)$ સ્વરૂપની કોઈ પણ બીજી દ્વિઘાત બહુપદી પણ આપેલ શરતને અનુરૂપ લઈ શકાય.

26. દ્વિઘાત બહુપદી $p(x) = 2x^2 + 6x + 3$ને

$p(x) = ax^2 + bx + c$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 2, b = 6, c = 3$

શૂન્યોના સરવાળો $= \frac{-b}{a} = \frac{-6}{2} = -3$

શૂન્યોના ગુણાકાર $= \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$

27. $\therefore a = 2, b = -6, c = 3$

$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(2)(3) = 36 - 24 = 12$

અહીં, $b^2 - 4ac > 0$ હોવાથી આપેલ સમીકરણનાં બે બીજ ભિન્ન અને વાસ્તવિક છે.

હવે, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \frac{-\ -6\ \pm\sqrt{12}}{2 \times 2}$

$= \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

આમ, સમીકરણનાં બીજ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ અને $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ છે.

28. $a_n = a + (n - 1)\, d$

$\therefore\ 50 = 5 + (n - 1)\, 3$

$\therefore\ \dfrac{50 - 5}{3} = n - 1$

$\therefore\ 15 = n - 1$

$\therefore\ n = 15 + 1$

$\therefore\ n = 16$

29. $a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore\ a_{30} = 10 + (30 - 1)\,(-3) = 10 + (29)(-3) = 10 - 87 = -77$

$\therefore\ a_{30} = -77$

30. ધારો કે, A(– 5, 7) અને B(– 1, 3) આપેલ બિંદુઓ છે.

$\therefore\ AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(-5+1)^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

આમ, આપેલ બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર $4\sqrt{2}$ છે.

31. ધારો કે, આપેલ બિંદુઓ A(5, –2), B(6, 4) અને C(7, –2) છે.

$AB = \sqrt{(5-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

$BC = \sqrt{(6-7)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

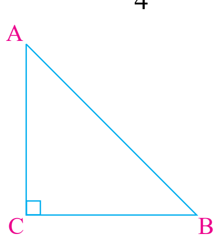
$AC = \sqrt{(5-7)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$

અહીં, Δ ABCમાં AB = BC હોવાથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

આમ, આપેલ બિંદુઓ (5, –2), (6, 4) અને (7, –2) એ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ છે.

32.

$\sin A = \dfrac{3}{4}$



કાટકોણ ΔABC માં $\angle B = 90°$ છે.

$\sin A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{3}{4}$

$\therefore\ \dfrac{BC}{3} = \dfrac{AC}{4} = K$, K = ધન વાસ્તવિક સંખ્યા

$\therefore\ BC = 3K,\ AC = 4K$

પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$AB^2 = AC^2 - BC^2$

$\therefore\ AB^2 = (4K)^2 - (3K)^2$

$\therefore\ AB^2 = 16K^2 - 9K^2$

$\therefore \quad AB^2 = 7K^2$

$\therefore \quad AB = \sqrt{7}\,K$

$\therefore \quad \cos A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{7}\,K}{4K} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$

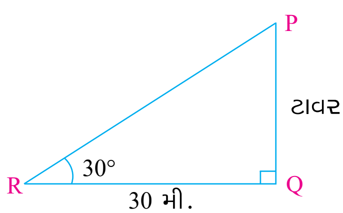
$\therefore \quad \tan A = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$

33. $= 2(1)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 2 + \dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{4}$

$= 2$

34.



અહીં, PQ એ ટાવર, P એ ટાવરની ટોચ અને બિંદુ R એ નિરીક્ષણ બિંદુ છે.

Δ PQR માં, $\angle Q = 90°$, $\angle R = 30°$ અને

QR = 30 મી. છે.

$\therefore \tan R = \dfrac{PQ}{QR}$

$\therefore \tan 30° = \dfrac{PQ}{30}$

$\therefore \quad \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{PQ}{30}$

$\therefore PQ = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ મી.

આમ, ટાવરની ઊંચાઈ $10\sqrt{3}$ મી. છે.

35. ધારો કે, આપેલ બે ઘન પૈકી પ્રત્યેકની બાજુનું માપ x સેમી. છે.

$\therefore$ ઘનનું ઘનફળ $= x^3$

$\therefore 64 = x^3$

$\therefore x = 4$ સેમી.

$l = 2x = 2 \times 4 = 8$ સેમી., $b = x = 4$ સેમી. અને

$h = x = 4$ સેમી.

$\therefore$ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ $= 2\,(lb + bh + hl)$

$= 2\ (8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8)$

$= 2\ (32 + 16 + 32)$

$= 2(80)$

$= 160$ સેમી.^{2}

આમ, બે ઘનને જોડવાથી બનતાં લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ 160 સેમી.^{2} થાય.

36. અહીં, નળાકારની ત્રિજ્યા $r =$ ઊંચાઈ $h = 7$ સેમી

નળાકારનું ઘનફળ $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 7$

$= 22 \times 49$

$= 1078$ સેમી^{3}

37. બહુલક Z $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \left(\frac{7-3}{2(7)-3-6}\right) \times 15$

$= 40 + \left(\frac{4}{14-9}\right) \times 15$

$= 40 + \left(\frac{4}{5}\right) \times 5 \times 3$

$= 40 + (4 \times 3)$

$= 52$

વિભાગ-C

38. $\sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y = 0$ ...(1)

$\therefore x = \frac{-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{2}}$ ...(2)

$\sqrt{3}\,x - \sqrt{8}\,y = 0$ ...(3)

સમીકરણ (3) માં સમીકરણ (2) ની કિંમત મૂકતાં,

$\sqrt{3}\,x - \sqrt{8}\,y = 0$

$\therefore \sqrt{3}\left(\frac{-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{8}\,y = 0$

$\therefore \frac{-3y}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}\,y = 0$

$\therefore \frac{-3y - 4y}{\sqrt{2}} = 0$

$\therefore -7y = 0$

$\therefore y = 0$

સમીકરણ (2) માં $y = 0$ મૂકતાં,

$x = \frac{-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ x = \dfrac{-\sqrt{3}\ 0}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ x = 0$

આમ, આપેલ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ : $x = 0$ અને $y = 0$

39. ધારો કે, ભાવિનની વર્તમાન ઉંમર x વર્ષ અને વૃત્તિકની વર્તમાન ઉંમર y વર્ષ છે.

તેથી પાંચ વર્ષ પહેલાં, ભાવિનની ઉંમર $(x - 5)$ વર્ષ અને વૃત્તિકની ઉંમર $(y - 5)$ વર્ષ હશે.

પહેલી શરત મુજબ, $x - 5 = 3\ (y - 5)$

$\therefore\ x - 5 = 3y - 15$

$\therefore\ x - 3y = -\ 10$ ...(1)

દસ વર્ષ પછી, ભાવિનની ઉંમર $(x + 10)$ વર્ષ અને વૃત્તિકની ઉંમર $(y + 10)$ વર્ષ થશે.

બીજી શરત મુજબ, $x + 10 = 2\ (y + 10)$

$\therefore\ x + 10 = 2y + 20$

$\therefore\ x - 2y = 10$ ...(2)

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (2) ની બાદબાકી કરતાં,

$$\begin{array}{rcr} x - 3y & = & -\ 10 \\ x - 2y & = & 10 \\ -\quad + & & - \\ \hline \end{array}$$

$\therefore\ -\ y = -20$

$\therefore\ \ y = 20$

સમીકરણ (1) માં $y = 20$ મૂકતાં,

$x - 3y = -10$

$\therefore\ x - 3(20) = -10$

$\therefore\ x - 60 = -10$

$\therefore\ x = 60 - 10$

$\therefore\ x = 50$

આમ, ભાવિન અને વૃત્તિકની વર્તમાન ઉંમર અનુક્રમે 50 વર્ષ અને 20 વર્ષ છે.

40. $a_{12} = 37$, $d = 3$, a = ______, S_{12} = ______

હવે, $a_{12} = 37$

$\therefore\ a + 11d = 37$

$\therefore\ a + 11(3) = 37$

$\therefore\ a + 33 = 37$

$\therefore\ a = 37 - 33$

$\therefore\ a = 4$

$S_n = \dfrac{n}{2}\ [2a + (n - 1)d]$

$\therefore\ S_{12} = \dfrac{12}{2}\ [2(4) + (12 - 1)(3)]$

$\therefore\ S_{12} = 6\ [8 + 33]$

$\therefore\ S_{12} = 6 \times 41$

$\therefore\ S_{12} = 246$

41. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો AC અને BD પરસ્પર દુભાગે છે.

આથી, AC ના મધ્યબિંદુના યામ = BD ના મધ્યબિંદુના યામ

$\therefore \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{8+P}{2}, \frac{2+3}{2}\right)$

$\therefore \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{8+P}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$\therefore \frac{15}{2} = \frac{8+P}{2}$

$\therefore 15 = 8 + P$

$\therefore P = 7$

42. ધારો કે, X-અક્ષ પરનું માંગેલ બિંદુ P(x, 0) છે, જે બિંદુ A (2, –5) અને B (–2, 9) થી સમાન અંતરે આવેલું છે.

$\therefore PA = PB$

$\therefore PA^2 = PB^2$

$\therefore (x - 2)^2 + (0 + 5)^2 = (x + 2)^2 + (0 - 9)^2$

$\therefore x^2 - 4x + 4 + 25 = x^2 + 4x + 4 + 81$

$\therefore - 4x - 4x = 4 + 81 - 4 - 25$

$\therefore - 8x = 56$

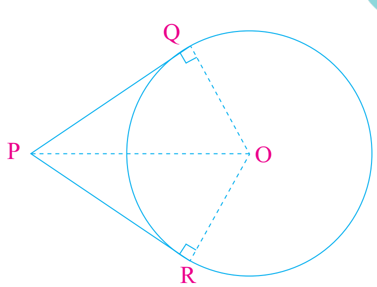
$\therefore x = -7$

આમ, માંગેલ X-અક્ષ પરનું બિંદુ (–7, 0) છે.

43. **પક્ષ :** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બહારના ભાગમાં આવેલાં બિંદુ P માંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકો PQ અને PR છે.

સાધ્ય : PQ = PR

આકૃતિ :

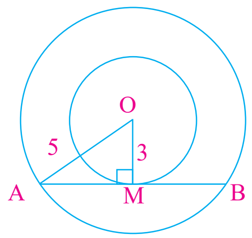


સાબિતી : OP, OQ અને OR જોડો. ∠OQP અને ∠ORP કાટખૂણા છે, કારણ કે, તે સ્પર્શકો અને સંગત ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખૂણા છે, અને પ્રમેય 10.1 ના આધારે તેઓ કાટખૂણા છે.

હવે કાટકોણ ત્રિકોણો OQP અને ORP માં,

OQ = OR	(એક વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)
OP = OP	(સામાન્ય બાજુ)
∠OQP = ∠ORP	(કાટખૂણા)
તેથી, Δ OQP ≅ Δ ORP	(કાકબા)
આથી, PQ = PR	(એકરૂપ ત્રિકોણોની અનુરૂપ બાજુઓ)

44.



અહીં, ⊙ (0, 5)ની જીવા AB એ ⊙ (0, 3) ને M બિંદુએ સ્પર્શે છે.

તેથી OM ⊥ AB અને M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

Δ OMA માં, ∠OMA = 90° છે.

$\therefore AM^2 + OM^2 = OA^2$ (પાયથાગોરસ પ્રમેય)

$\therefore AM^2 + (3)^2 = (5)^2$

$\therefore AM^2 + 9 = 25$

$\therefore AM^2 = 25 - 9$

$\therefore AM^2 = 16$

$\therefore AM = 4$

પરંતુ, AB = 2AM છે.

$\therefore AB = 2 \times 4$

$\therefore AB = 8$

આમ, જીવા AB ની લંબાઈ 8 છે.

45.

વર્ગ-અંતરાલ	પરિવારોની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	f_iu_i
10 – 25	2	17.5	–2	–4
25 – 40	3	32.5	–1	–3
40 – 55	7	47.5 = a	0	0
55 – 70	6	62.5	1	6
70 – 85	6	77.5	2	12
85 – 100	6	92.5	3	18
કુલ	30	–	–	29

મધ્યક $\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$= 47.5 + \frac{29 \times 15}{30}$

$= 47.5 + 14.5$

$= 62$

46. એક પેટીમાં 5 લાલ લખોટીઓ, 8 સફેદ લખોટીઓ અને 4 લીલી લખોટીઓ છે.

$\therefore$ લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 5 + 8 + 4 = 17$

$\therefore$ પેટીમાંથી એક લખોટી યાદૃચ્છિક રીતે બહાર કાઢવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા $= 17$

(i) ધારો કે, ઘટના A : બહાર કાઢેલ લખોટી લાલ હોય તે

અહીં, લાલ લખોટીઓની સંખ્યા 5 છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 5$

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore$ $\boxed{P(A) = \frac{5}{17}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : બહાર કાઢેલ લખોટી સફેદ હોય તે

અહીં, સફેદ લખોટીઓની સંખ્યા 8 છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 8$

$\therefore$ $\boxed{P(B) = \frac{8}{17}}$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : બહાર કાઢેલ લખોટી લીલી ન હોય તે

અહીં, લીલી ન હોય તેવી લખોટીઓ (લાલ અને સફેદ)ની સંખ્યા $5 + 8 = 13$ છે.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 13$

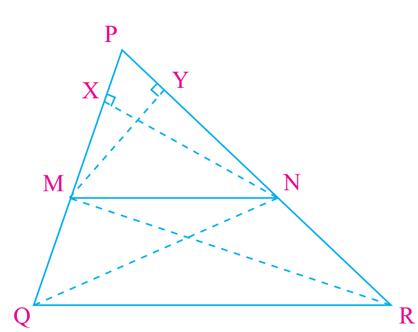
$\therefore$ $\boxed{P(C) = \frac{13}{17}}$

વિભાગ-D

47. સાબિત કરો કે, ત્રિકોણની કોઈ એક બાજુને સમાંતર દોરેલી રેખા બાકીની બે બાજુઓને ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે, તો તે બાજુઓ પર કપાતા રેખાખંડો તે બાજુઓનું સમપ્રમાણમાં વિભાજન કરે છે.

પક્ષ : Δ PQRની બાજુ QRને સમાંતર રેખા બાકીની બે બાજુઓ PQ અને PRને અનુક્રમે M અને Nમાં છેદે છે.

સાધ્ય : $\frac{PM}{MQ} = \frac{PN}{NR}$



સાબિતી : QN અને RM જોડો અને $MY \perp PR$ અને $NX \perp PQ$ દોરો.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ પાયા પરનો વેધ

$\therefore$ $ar\,(PMN) = \frac{1}{2} PM \times NX$

તથા $ar\,(QMN) = \frac{1}{2} MQ \times NX$

$$\therefore \frac{ar\,(PMN)}{ar\,(QMN)} = \frac{\frac{1}{2} \times PM \square NX}{\frac{1}{2} \times MQ \square NX} = \frac{PM}{MQ} \qquad ...(1)$$

ઉપરાંત $ar\,(PMN) = \frac{1}{2} PN \times MY$

તથા $ar\,(MNR) = \frac{1}{2} NR \times MY$

$$\therefore \frac{ar\,(PMN)}{ar\,(MNR)} = \frac{\frac{1}{2} \times PN \times MY}{\frac{1}{2} \times NR \times MY} = \frac{PN}{NR} \qquad ...(2)$$

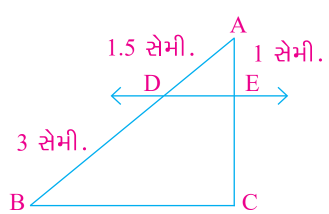
હવે, Δ QMN અને Δ MNR એક જ પાયા MN પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ QR અને MN વચ્ચે આવેલા છે.

$\therefore ar\,(QMN) = ar\,(MNR)$ ...(3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી $\frac{PM}{MQ} = \frac{PN}{NR}$

48.

(i)

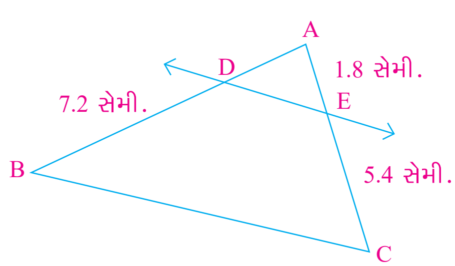


$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (પ્રમેય : 6.1)

$\therefore \frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$

$\therefore$ EC = 2 સેમી.

(ii)



$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (પ્રમેય : 6.1)

$\therefore \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\therefore AD = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4}$

$\therefore$ AD = 2.4 સેમી.

49. ધારો કે, બે ક્રમિક અયુગ્મ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પૈકી નાની સંખ્યા x છે. આથી બીજી સંખ્યા $x + 2$ થાય.

આપેલી શરત મુજબ,

$x^2 + (x + 2)^2 = 290$

$\therefore \; x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290$

$\therefore \; 2x^2 + 4x + 4 - 290 = 0$

$\therefore \; 2x^2 + 4x - 286 = 0$

$\therefore \; x^2 + 2x - 143 = 0$

$\therefore \; x^2 + 13x - 11x - 143 = 0$

$\therefore \; x(x + 13) - 11(x + 13) = 0$

$\therefore \; (x + 13)(x - 11) = 0$

$\therefore$ $x + 13 = 0$ અથવા $x - 11 = 0$

$\therefore$ $x = -13$ અથવા $x = 11$

પરંતુ x ધન અયુગ્મ સંખ્યા આપેલી છે.

$\therefore \; x \neq -13$

આથી, $x = 11$ અને $x + 2 = 11 + 2 = 13$

આથી, માંગેલ બે ક્રમિક અયુગ્મ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ 11 અને 13 છે.

50. અહીં, $a_3 = 5$

$\therefore \; a + 2d = 5$ ...(1)

$a_7 = 9$

$\therefore \; a + 6d = 9$ ...(2)

સમીકરણ (1) માંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$(a + 2d) - (a + 6d) = 5 - 9$

$\therefore \; a + 2d - a - 6d = -4$

$\therefore \; -4d = -4$

$\therefore \; d = 1$

સમીકરણ (1) માં $d = 1$ મૂકતાં,

$a + 2d = 5$

$\therefore \; a + 2(1) = 5$

$\therefore \; a + 2 = 5$

$\therefore \; a = 3$

$\therefore \; a_1 = a = 3$

$a_2 = a + d = 3 + 1 = 4$

$a_3 = a + 2d = 3 + 2(1) = 3 + 2 = 5$

$a_4 = a + 3d = 3 + 3(1) = 3 + 3 = 6$

આથી, માંગેલ સમાંતર શ્રેણી 3, 4, 5, 6, ... છે.

51. અહીં મહત્તમ આવૃત્તિ 23 એ 35 – 45 વર્ગની આવૃત્તિ હોવાથી બહુલક વર્ગ 35 – 45 છે.

$\therefore$ l = બહુલક વર્ગની અધઃ સીમા = 35

h = વર્ગલંબાઈ = 10

f_1 = બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ = 23

f_0 = બહુલક વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃત્તિ = 21

f_2 = બહુલક વર્ગના પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ = 14

બહુલક $Z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore Z = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14}\right) \times 10$

$\therefore Z = 35 + \frac{2 \times 10}{11}$

$\therefore Z = 35 + 1.82$

$\therefore Z = 36.82$ (આશરે)

52.

વર્ગ–અંતરાલ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0 – 100	2	2
100 – 200	5	7
200 – 300	x	$7 + x$
300 – 400	12	$19 + x$
400 – 500	17	$36 + x$
500 – 600	20	$56 + x$
600 – 700	y	$56 + x + y$
700 – 800	9	$65 + x + y$
800 – 900	7	$72 + x + y$
900 – 1000	4	$76 + x + y$

અહીં, $n = 100$ આપેલ છે તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

$\therefore 76 + x + y = 100$

$\therefore x + y = 24$

મધ્યસ્થ 525 છે અને તે વર્ગ 500–600 માં આવેલ છે.

$\therefore$ મધ્યસ્થ વર્ગ = 500 – 600

$\therefore$ l = મધ્યસ્થવર્ગની અધઃસીમા = 500

cf = મધ્યસ્થવર્ગના આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = $36 + x$

f = મધ્યસ્થવર્ગની આવૃત્તિ = 20

h = 100

મધ્યસ્થ $M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore\ 525 = 500 + \left(\frac{50 - 36 - x}{20}\right) \times 100$

$\therefore\ 525 - 500 = (14 - x)5$

$\therefore\ \frac{25}{5} = 14 - x$

$\therefore\ 5 = 14 - x$

$\therefore\ x = 14 - 5$

$\therefore\ x = 9$

હવે, $x + y = 24$

$\therefore\ 9 + y = 24$

$\therefore\ y = 15$

53. સરખી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાંની થોકડીમાંથી એક પત્તું ખેંચવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 52

(i) ધારો કે, ઘટના A : ખેંચેલ પત્તું એક્કો હોય તે

અહીં 52 પત્તાંમાં એક્કાની સંખ્યા = 4 (કાળીનો એક્કો, લાલનો એક્કો, ચોકટનો એક્કો, ફુલ્લીનો એક્કો)

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 4

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore\ P(A) = \frac{4}{52}$

$\therefore\ P(A) = \frac{4 \times 1}{13 \times 4}$

$\therefore\ \boxed{P(A) = \frac{1}{13}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : ખેંચેલ પત્તું એક્કો ન હોય તે

અહીં, ઘટના B એ ઘટના Aની પૂરક ઘટના છે.

$\therefore\ P(B) = 1 - P(A)$

$\therefore\ P(B) = 1 - \frac{1}{13}$

$\therefore\ \boxed{P(B) = \frac{12}{13}}$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : ખેંચેલ પત્તું લાલ રંગનો એક્કો હોય તે

અહીં લાલ રંગના એક્કાની સંખ્યા 2 (લાલનો એક્કો, ચોકટનો એક્કો) છે.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

$\therefore\ P(C) = \frac{2}{52}$

$\therefore\ P(C) = \frac{2 \times 1}{26 \times 2}$

$\therefore\ \boxed{P(C) = \frac{1}{26}}$

(iv) ધારો કે, ઘટના D : ખેંચેલ પત્તું કાળીનો એક્કો હોય તો,

અહીં, કાળીનો એક્કો 1 જ હોય.

$\therefore$ ઘટના D માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 1

$\therefore$ $\boxed{P(D) = \frac{1}{52}}$

54.

(i) 20 વીજળીના ગોળાઓનો જથ્થો 4 ખામીયુક્ત ગોળા ધરાવે છે.

ગોળાઓની કુલ સંખ્યા = 20

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 20

ધારો કે, ઘટના A : કાઢવામાં આવેલ ગોળો ખામીયુક્ત હોય તે

અહીં, ખામીયુક્ત ગોળાઓની સંખ્યા 4 છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 4

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore$ $P(A) = \frac{4}{20}$

$= \frac{4 \times 1}{4 \times 5}$

$\therefore$ $\boxed{P(A) = \frac{1}{5}}$

(ii) હવે, (i)માં કાઢવામાં આવેલ ગોળો ખામીયુક્ત નથી અને તેને પાછો મૂકવામાં પણ નથી આવ્યો.

$\therefore$ ગોળાઓની કુલ સંખ્યા = 20 – 1 = 19 (15 ખામી રહિત અને 4 ખામીયુક્ત)

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 19

ધારો કે, ઘટના B : કાઢવામાં આવેલ ગોળો ખામીયુક્ત ન હોય તે

અહીં, ખામીયુક્ત ન હોય તેવા (ખામી રહિત) ગોળાઓની સંખ્યા 15 છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 15

$$P(B) = \frac{\text{ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore$ $\boxed{P(B) = \frac{15}{19}}$